



Innledning

Dette er en samling av alle oppgaver gitt i runde 2 i de 20 årene fra og med 2005/2006 til og med 2024/2025 – i alt 200 oppgaver.

Oppgavene er grovt inndelt i fire kategorier: Algebra, geometri, kombinatorikk og sannsynlighet, og tallteori. Noen oppgaver kunne passe i mer enn én av disse kategoriene, mens andre er så spesielle at de ikke helt passer i noen av kategoriene. Slike oppgaver er plassert i den kategorien hvor de ser ut til å passe best.

Løsninger til oppgavene finnes i et separat dokument.

Innhold

Algebra – side 2

Geometri – side 9

Kombinatorikk og sannsynlighet – side 18

Tallteori – side 27



Algebra

Oppgave 1 2005/2006 (→ side 2 i løsningene)

Ola skrev et positivt heltall på tavla. Anna multipliserte det med 11, fjernet det siste sifferet fra svaret og fikk b . Da Per multipliserte b med 7 og fjernet det siste sifferet, fikk han 37. Hvilket tall skrev Ola først?

Oppgave 5 2005/2006 (→ side 2 i løsningene)

Tallene 1, 2, ..., 25 står på tavla. To vilkårlige tall a og b strykes ut erstattes med $a + b - 10$. Dette gjentas til bare ett tall gjenstår. Hva er dette tallet?

Oppgave 8 2005/2006 (→ side 2 i løsningene)

Blant alle punkter (x, y) i planet som er slik at $(x - y)^2 \leq x + y$, er (x_0, y_0) det nederste (det med minst y -koordinat). Hva er $40x_0 + 60$ lik?

Oppgave 9 2005/2006 (→ side 2 i løsningene)

Hva er

$$1^3 - 2^3 - 3^3 + 4^3 + 5^3 - 6^3 - 7^3 + 8^3 + \dots + 17^3 - 18^3 - 19^3 + 20^3$$

lik?

Oppgave 2 2006/2007 (→ side 2 i løsningene)

De positive tallene x , y og z er slik at $x + 2y = 100/x$, $y + 2z = 96/y$ og $z + 2x = 93/z$. Hva er $x + y + z$ lik?

Oppgave 4 2006/2007 (→ side 2 i løsningene)

Funksjonen f er definert ved at $f(x) = ax^2 + bx + c$ for alle reelle tall x . Hva er $f(0)$ lik hvis $f(3) = 2$, $f(5) = 2$ og $f(8) = 4$?

Oppgave 7 2006/2007 (→ side 2 i løsningene)

La $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ være tall som er slik at $x_{m \cdot n} = mx_n + nx_m - mn$ for alle positive heltall m og n , der $mn \leq 30$. Hva er x_{30} lik hvis $x_8 = 20$, $x_{10} = 15$ og $x_{12} = 36$?



Oppgave 7 2007/2008 (→ side 3 i løsningene)

Hva er

$$\frac{100}{1 \cdot 2} + \frac{100}{2 \cdot 3} + \frac{100}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{100}{99 \cdot 100}$$

lik?

Oppgave 9 2007/2008 (→ side 3 i løsningene)

Tallene x og y er slik at $x^2 + y^2 + xy = 229$ og $xy + x + y = 77$. Hva er $(x - y)^2$ lik?

Oppgave 1 2008/2009 (→ side 3 i løsningene)

De positive oddetallene skrives opp i et trekantet diagram som på figuren til høyre. Hva er summen av tallene i de første sju radene?

			1
		3	5
	7	9	11
13	15	...	...

Oppgave 5 2008/2009 (→ side 3 i løsningene)

Vi har to positive reelle tall x og y , der x er mindre enn y . Det aritmetiske snittet mellom x og y er $A = \frac{1}{2}(x + y)$, og det geometriske snittet er $G = \sqrt{xy}$. Hva er y/x lik hvis $3A = 5G$?

Oppgave 6 2008/2009 (→ side 3 i løsningene)

En funksjon f er slik at

$$f(n+1) = \frac{f(n)}{1 + af(n)} \quad \text{for } n = 1, 2, 3, \dots,$$

der a er et tall, og $f(1) = 1$ og $f(9) = 1/2009$. Hva er a lik?

Oppgave 2 2009/2010 (→ side 3 i løsningene)

En kalkulator gjør en operasjon – den multipliserer et tall med 2,1 og visker ut alle sifrene etter komma. Hvis tallet for eksempel er 5, blir det etter operasjonen 10, mens 11 blir til 23. Kalkulatoren starter med et heltall k og gjør tre operasjoner. Resultatet blir 201. Hva er k lik?

Oppgave 6 2009/2010 (→ side 3 i løsningene)

To positive tall a og b er slik at $a^3 + b^3 = 2ab(a + b)$. Hva er $a^{-2}b^2 + a^2b^{-2}$ lik?



Oppgave 10 2009/2010 (→ side 3 i løsningene)

La $S = 1!(1^2 + 1 + 1) + 2!(2^2 + 2 + 1) + 3!(3^2 + 3 + 1) + \dots + 100!(100^2 + 100 + 1)$.
Hva er $(S + 1)/(101!)$ lik? (Her er $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k - 1) \cdot k$.)

Oppgave 1 2010/2011 (→ side 4 i løsningene)

La a og b være de to løsningene til likningen $2x^2 - 32x - 15 = 0$. Hva er $a + b$?

Oppgave 4 2010/2011 (→ side 4 i løsningene)

Hva er $a^4 + b^4$ hvis $a/b + b/a = 3$ og $a^2b^2 = 4$?

Oppgave 7 2010/2011 (→ side 4 i løsningene)

Et reelt tall $x \neq 1$ er slik at $x^6 - 10x + 9 = 0$. Hva er $x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$?

Oppgave 2 2011/2012 (→ side 4 i løsningene)

Tallene $a_1, a_2, a_3, \dots$ er slik at $a_1 = 2012$, og for $n > 1$ er $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1}$ dersom a_{n-1} er et partall, og $a_n = a_{n-1} - 1$ dersom a_{n-1} er et oddetall. For hvilken n er $a_n = 1$?

Oppgave 8 2011/2012 (→ side 4 i løsningene)

Regn ut

$$\frac{(2^2 + 4^2 + \dots + 2010^2 + 2012^2)^2 - (1^2 + 3^2 + \dots + 2009^2 + 2011^2)^2}{3018 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2011^2 + 2012^2)}.$$

Oppgave 10 2011/2012 (→ side 4 i løsningene)

En liste med tall er skrevet på tavlen:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2 3 4 5 6 7 8 9 10 3 4 5 6 7 8 9 10
4 5 6 7 8 9 10 5 6 7 8 9 10 6 7 8 9 10 7 8 9 10 8 9 10 9 10 10

Hver gang noen går forbi tavlen, stryker hun ut de to tallene a og b som står først i listen, og føyer til $ab/(a+b)$ bakerst. Til slutt står det igjen bare ett tall x . Hva er $1/x$?



Oppgave 3 2012/2013 (→ [side 4 i løsningene](#))

Hvis man ganger ut uttrykket

$$\frac{(1+x)(2+x^2)(3+x^3) \cdots (103+x^{103})}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 103}$$

får man et polynom av typen $a_0 + a_1x + \dots + a_{5356}x^{5356}$. Hva blir summen av koeffisientene, $a_0 + a_1 + \dots + a_{5356}$?

Oppgave 8 2012/2013 (→ [side 5 i løsningene](#))

Følgen $x_0, x_1, \dots$ er gitt ved at $x_0 = 3$, $x_1 = 18$ og $x_{n+2} = 6x_{n+1} - 9x_n$ for $n = 0, 1, 2, \dots$. Hva er minste k slik at x_k er delelig med 2013?

Oppgave 4 2013/2014 (→ [side 5 i løsningene](#))

Vi skriver alle de positive heltallene etter hverandre slik:

123456789101112131415...

Hvilket tresifret tall begynner med det 2014. sifferet?

Oppgave 7 2013/2014 (→ [side 5 i løsningene](#))

Polynomet $p(x) = x^3 + 5x^2 - 20x + 14$ har de tre reelle nullpunktene r_1, r_2 og r_3 . Hva er $p(r_1 + r_2 + r_3)$?

Oppgave 2 2014/2015 (→ [side 5 i løsningene](#))

Hvis $a = 13 + \frac{1}{b}$ og $a^2 = 143 + \frac{1}{b^2}$, hva er $a + \frac{1}{b}$?

Oppgave 7 2014/2015 (→ [side 5 i løsningene](#))

Hva er største verdi for $426k - 90k^2$ der k skal være et heltall?

Oppgave 5 2015/2016 (→ [side 5 i løsningene](#))

To positive tall x og y er slik at $2x - x^2 + 2y - y^2 \geq 2xy + 1$ og $y^2 - x^2 = \frac{1}{3}$. Hva er y/x ?



Oppgave 7 2015/2016 (→ [side 5 i løsningene](#))

Hvilket heltall ligger nærmest $\frac{444}{\sqrt{111 \cdot 112} - 111}$?

Oppgave 6 2016/2017 (→ [side 6 i løsningene](#))

Anna og Beate skal gå til skolen som ligger 3 kilometer fra huset deres. Idet de skal til å dra, kommer Cecilie kjørende på den elektriske sykkelen sin og sier at de kan sitte på med henne, men hun har bare plass til én annen person om gangen. Den elektriske sykkelen kjører med en fart på 15 kilometer per time, og hver av de to jentene kan gå med en fart på 5 kilometer per time. Hvor mange minutter tar det før alle tre er på skolen, om de velger raskeste måte å gjøre det på?

Oppgave 10 2016/2017 (→ [side 6 i løsningene](#))

Hva er det minste positive heltallet k som er slik at ligningen

$$\sqrt{x - 127} + \sqrt{k - x} = 13$$

har minst én reell løsning for x ?

Oppgave 4 2017/2018 (→ [side 7 i løsningene](#))

Hva er summen av alle mulige verdier for $60x/y$, der x og y tilfredsstiller ligningene $1 - 2x + 3y - 4x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$ og $x - y = 1$?

Oppgave 8 2017/2018 (→ [side 7 i løsningene](#))

Hva er $p(1) + p(7) + p(19) + p(25)$, dersom $p(x) = x^3 - 39x^2 + 507x - 2018$?

Oppgave 3 2018/2019 (→ [side 7 i løsningene](#))

Andregradspolynomet P tilfredsstiller $P(1) = 1$, $P(2) = 8$ og $P(3) = 27$. Hva er verdien av $P(-9)$?

Oppgave 8 2018/2019 (→ [side 7 i løsningene](#))

Hvor mange sammenhengende nuller er det rett etter desimaltegnet i desimalfremstillingen av $10^{320} - \sqrt{10^{640} - 1}$?



Oppgave 2 2019/2020 (→ side 7 i løsningene)

Hva er $2020! - 2019! \cdot 2019 - 2018! \cdot 2018 - \dots - 2! \cdot 2$? Husk at $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.

Oppgave 8 2019/2020 (→ side 7 i løsningene)

Funksjonen f er slik at $2f(x) - f(1-x) = x^2 + 5x - 1$ for alle reelle tall x .
Hva er $f(20)$?

Oppgave 4 2020/2021 (→ side 8 i løsningene)

Hvor mange tredjegradspolynomer P finnes det som er slik at alle koeffisienter er heltall større enn 0 og mindre enn 1000, og $P(-1) = P(-2) = P(-3) = 0$?

Oppgave 7 2020/2021 (→ side 8 i løsningene)

Hvor mange løsninger har ligningen

$$\tan(x) \sin(38^\circ) = \sin(52^\circ)$$

med $2020 \leq x \leq 4040$, der x oppgis i grader?

Oppgave 3 2021/2022 (→ side 8 i løsningene)

En fremmed planteart invaderer en innsjø. Den formerer seg så raskt at arealet den dekker fordobles hver dag. Etter 28 dager dekker den 50000 kvadratmeter. Hvor mange dager tok det før den dekket 12500 kvadratmeter?

Oppgave 6 2021/2022 (→ side 8 i løsningene)

En bussrute mellom to byer kan kjøre tre forskjellige veier, A, B eller C. De tre veiene er alle 90 km lange, men veistandarden (og dermed farten) er svært forskjellig. Dersom bussen tar vei A den ene veien og B tilbake, tar rundturen fem timer. Med vei A frem og C tilbake tar den fire timer, og velges B og C, trengs bare tre timer. Bussen holder konstant fart på hver av de tre veiene. Hva er gjennomsnittet av farten (i kilometer per time) på de tre veiene?

Oppgave 1 2022/2023 (→ side 8 i løsningene)

Heltallsbrøkene a/b , c/d og e/f er maksimalt forkortet, og oppfyller

$$256^{a/b} = 512, \quad 512^{c/d} = 4096 \quad \text{og} \quad 4096^{e/f} = 256.$$

Hva er $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2$?



Oppgave 4 2022/2023 (→ [side 8 i løsningene](#))

Et andregradspolynom $f(x)$ med konstantledd 123456 er slik at $f(2525) = f(5252)$. Hva er produktet av sifrene i $f(7777)$?

Oppgave 1 2023/2024 (→ [side 9 i løsningene](#))

For tretten år siden var Nils halvparten så gammel som Henrik blir om to år. Om ett år blir Henrik like gammel som Nils var for to år siden. Hva er produktet av deres nåværende aldre?

Oppgave 9 2023/2024 (→ [side 9 i løsningene](#))

Et tredjegradspolynom $P(x) = x^3 + ax + b$ med reelle koeffisienter a og b er slik at det er nøyaktig to reelle tall $x_1 \neq x_2$ med $P(x_1) = P(x_2) = 2$, og nøyaktig to reelle tall $x_3 \neq x_4$ med $P(x_3) = P(x_4) = -2$. Hva er $P(8)$?

Oppgave 4 2024/2025 (→ [side 10 i løsningene](#))

Hvor mange løsninger (a, b, c) av likningen

$$a^3 + b^2 + c = 100$$

er slik at a , b og c er positive heltall?

Oppgave 7 2024/2025 (→ [side 10 i løsningene](#))

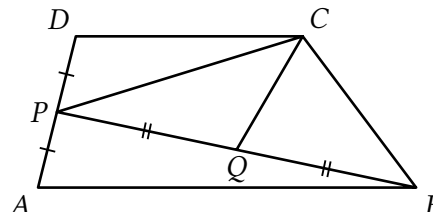
Hva er verdien av $\left(\frac{6}{(\sqrt{7} + 1)(\sqrt[4]{7} + 1)(\sqrt[8]{7} + 1)(\sqrt[16]{7} + 1)(\sqrt[32]{7} + 1)} + 1 \right)^{96}$?



Geometri

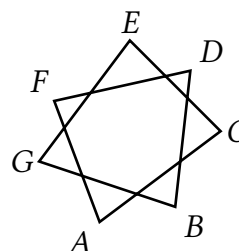
Oppgave 2 2005/2006 (→ side 11 i løsningene)

$ABCD$ er et trapes der AB og CD er parallelle sider (se figur). AB har lengde 10 og CD lengde 6. Høyden i trapeset er 4. La P være midtpunktet på AD og Q midtpunktet på BP . Finn arealet av trekanten PQC .



Oppgave 4 2005/2006 (→ side 11 i løsningene)

Hvor mange grader er summen av vinklene A , B , C , D , E , F og G i «stjerna» $AFDBGEC$?



Oppgave 6 2005/2006 (→ side 11 i løsningene)

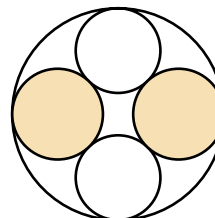
$ABCD$ er et rektangel der AB har lengde 15 og BC lengde 10. Et punkt P inne i rektangelet ligger i avstand 12 fra D og avstand 9 fra C . Finn arealet av trekanten APD .

Oppgave 3 2006/2007 (→ side 11 i løsningene)

La D være midtpunktet på AC i trekanten ABC . Vinkelen B er 100° , og AB er dobbelt så lang som BD . Hvor mange grader er vinkelen ABD ?

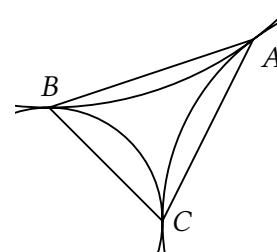
Oppgave 6 2006/2007 (→ side 12 i løsningene)

Radien i de to fargede sirklene på figuren er 150, og radien i den største sirkelen er 350. De to små hvite sirklene er like store. Hva er radien i disse sirklene?



Oppgave 9 2006/2007 (→ side 12 i løsningene)

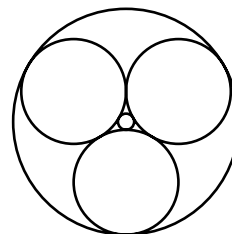
Tre sirkler med radier 10, 20 og 30 tangerer hverandre utvendig i punktene A , B og C . Hva er arealet av trekanten ABC ?





Oppgave 5 2007/2008 (→ side 12 i løsningene)

Den største og den minste sirkelen på figuren er konsentriske (har samme sentrum) og har radier R og r . De tre mellomstore sirklene er like store, tangerer alle de andre sirklene og har radius $100\sqrt{3}$. Hva er $R + r$ lik?

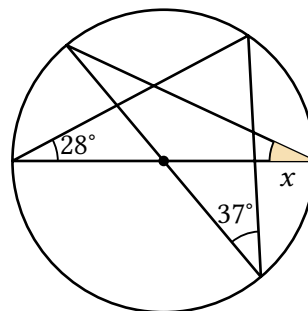


Oppgave 8 2007/2008 (→ side 13 i løsningene)

La M være midtpunktet på BC og N midtpunktet på AD i firkanten $ABCD$. La K være skjæringspunktet mellom AM og BN og L skjæringspunktet mellom DM og CN . Arealet av trekanten AKN er 240, arealet av trekanten BKM er 350, og arealet av trekanten MLC er 280. Finn arealet av trekanten NLD .

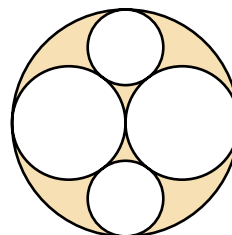
Oppgave 3 2008/2009 (→ side 13 i løsningene)

To av vinklene i den femtaggede stjernen er 28° og 37° , som vist på figuren. Alle hjørnene ligger på en sirkel, og det markerte punktet er sentrum i sirkelen. Hvor mange grader er vinkelen x ?



Oppgave 7 2008/2009 (→ side 13 i løsningene)

Den store sirkelen har radius $30/\sqrt{\pi}$. De to mellomstore sirklene tangerer hverandre i sentrum av den store sirkelen. I tillegg tangerer de den store sirkelen innvendig. De to minste sirklene tangerer de to mellomstore sirklene utvendig og den store sirkelen innvendig. Hva er arealet av det fargede området?

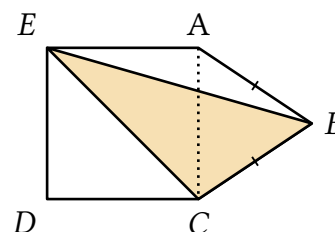


Oppgave 9 2008/2009 (→ side 14 i løsningene)

Sidene i en trekant har midtpunkter med koordinater $(23, 32)$, $(8, 41)$ og $(17, 45)$. Hva er den største av de tre verdiene av $x + y$ for hjørnene (x, y) i trekanten?

Oppgave 3 2009/2010 (→ side 14 i løsningene)

Femkanten $ABCDE$ består av kvadratet $ACDE$, som har sidelengde 8, og den likebeinte trekanten ABC , der AB og BC er like lange. Arealet av femkanten er 90. Hva er arealet av trekanten BEC ?





Oppgave 7 2009/2010 (→ [side 14 i løsningene](#))

La D være midtpunktet til sida AC i trekanten ABC . Vinklene CAB og CBD er like store, og AB har lengde 12. Hva er kvadratet av lengden av BD ?

Oppgave 5 2010/2011 (→ [side 14 i løsningene](#))

Tre punkter A , B og C danner en vinkel BAC på 60° . En sirkel har sentrum i et punkt O og tangerer linja AB i B og linja AC i C . Lengden av AO er 420. Hva er avstanden mellom B og skjæringspunktet mellom sirkelen og OA ?

Oppgave 9 2010/2011 (→ [side 15 i løsningene](#))

Et punkt E ligger på siden AB i firkanten $ABCD$ slik at EC er parallell med AD og ED er parallell med BC . Både AE og AD har lengde 20, AB har lengde 65, og CD og DE er like lange. Hvor lang er CD ?

Oppgave 4 2011/2012 (→ [side 15 i løsningene](#))

Et punkt P inne i kvadratet $ABCD$ ligger slik at $AP = \sqrt{39}$ og $BP = DP = 10\sqrt{5}$. Bestem lengden CP .

Oppgave 6 2011/2012 (→ [side 15 i løsningene](#))

I femkanten $ABCDE$ er de fire sidene AB , BC , CD og DE like lange, mens $\angle AEC = 80^\circ$ og $\angle BAC = \angle DEC = 40^\circ$. Finn $\angle CAD$ uttrykt i grader.

Oppgave 9 2011/2012 (→ [side 16 i løsningene](#))

Trekanten ABC har areal lik 450. Punktene D på siden AB og E på siden CB er slik at $AB = 3 \cdot AD$ og $CB = 3 \cdot CE$. F er skjæringspunktet mellom linjestykkene AE og CD . Hva er arealet til trekanten AFD ?

Oppgave 5 2012/2013 (→ [side 16 i løsningene](#))

I rektangelet $ABCD$ har AB sidelengde 120 og BC sidelengde 240. La E være midtpunktet på BC , og la F ligge på AE og G på DE slik at FG er parallell med AD og trekanten FEG har halvparten så stort areal som AED .

Hva er avstanden EF ?

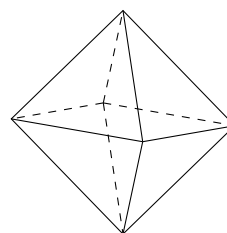


Oppgave 7 2012/2013 (→ [side 16 i løsningene](#))

To punkter O og P har avstand $OP = 40$. En sirkel med radius $10\sqrt{7}$ har sentrum i O , og en sirkel med radius 30 har sentrum i P . De to sirklene skjærer hverandre i punkter A og B . Et punkt C ligger slik at AC er en diameter i den lille sirkelen. Hva er avstanden BC ?

Oppgave 9 2012/2013 (→ [side 17 i løsningene](#))

Et oktaeder er ett av de såkalte Platonske legemer. Overflaten består av åtte likesidete trekanten. Dersom V betegner volumet til et oktaeder der avstanden mellom to nabohjørner er $\sqrt{6}$, hva er da V^2 ?



Oppgave 3 2013/2014 (→ [side 17 i løsningene](#))

En rettvinklet trekant har omkrets 42, og høyden på hypotenusen er 7. Hvor lang er hypotenusen?

Oppgave 6 2013/2014 (→ [side 17 i løsningene](#))

I firkanten $ABCD$ er $\angle BAD = \angle CBD = 90^\circ$. Dessuten er $AB = 3a$, $BC = b$, $CD = c$ og $AD = 2a$, der a , b og c er positive heltall. Hva er den minste mulige verdien for $a + b + c$?

Oppgave 9 2013/2014 (→ [side 18 i løsningene](#))

Trekanten ABC har sider med lengder $AB = 10$ og $BC = CA = 8$. Den innskrevne sirkelen tangerer AB i D , BC i E og CA i F . Regn ut:

$$120 \cdot \frac{\text{areal}(ABC)}{\text{areal}(DEF)}$$

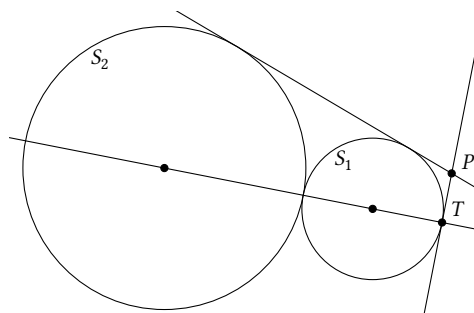
Oppgave 3 2014/2015 (→ [side 18 i løsningene](#))

Punktene A og B har koordinater: $A = (720, 1440)$ og $B = (4, 2)$. Linjestykket AB skjærer linjen $x = y$ i punktet P . Hva er lengdeforholdet AP/PB ?



Oppgave 8 2014/2015 (→ side 18 i løsningene)

To sirkler, S_1 med radius 30 og S_2 med radius 60, tangerer hverandre utvendig. Punktet T ligger på S_1 , på motsatt side fra S_2 , der linjen gjennom sirkelsentrene skjærer S_1 . P er et punkt der tangenten til S_1 i T skjærer en felles tangent til de to sirklene. Hva er kvadratet av avstanden fra P til T ?



Oppgave 2 2015/2016 (→ side 18 i løsningene)

I en rettvinklet trekant ABC er $\angle BAC = 90^\circ$. Sirkelen med AB som diameter har areal 283, og sirkelen med AC som diameter har areal 282. Hvor stort areal har omsirkelen til ABC ? (Omsirkelen til ABC er sirkelen som går gjennom punktene A , B og C .)

Oppgave 4 2015/2016 (→ side 19 i løsningene)

Fem punkter A , B , C , D og E ligger i denne rekkefølgen på en sirkel, slik at $AB = BC = CD = DE$ og $\angle ADE = 120^\circ$. Hva er $\angle CDE$ målt i grader?

Oppgave 9 2015/2016 (→ side 19 i løsningene)

Punktene A , B , C og D ligger på en sirkel slik at linjestykkene AC og BD skjærer hverandre. De positive heltallene a og b er slik at $AB = b$, $AD = a$, $BC = \frac{1}{2}a$ og $CD = 2b$. Dersom $\angle BAD = 90^\circ$ og arealet til $ABCD$ er mindre enn 1000, hva er det største mulige arealet for $ABCD$?

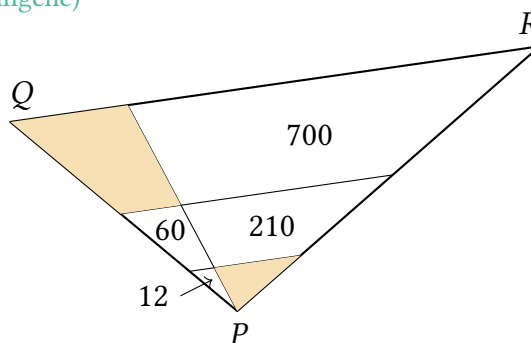
Oppgave 2 2016/2017 (→ side 19 i løsningene)

Hvor lang er den lengste siden i en rettvinklet trekant med areal 400 og omkrets 100?



Oppgave 5 2016/2017 (→ side 20 i løsningene)

Tre linjer deler trekanten PQR i figuren i mindre områder. To av linjene er parallelle med siden QR , og den tredje går gjennom P . Arealene til fire av områdene er angitt. Hva er summen av arealene til de fargede områdene?



Oppgave 9 2016/2017 (→ side 20 i løsningene)

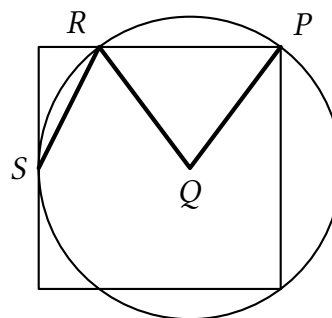
To sirkler, S_1 med radius 6 og S_2 med radius 14, tangerer hverandre. De ligger begge inni, og tangerer, en større sirkel S_3 . Linjestykket mellom sirkelsentrene til S_1 og S_2 er vinkelrett på linjestykket mellom sirkelsentrene til S_2 og S_3 . Hvor stor er radien til S_3 ?

Oppgave 1 2017/2018 (→ side 20 i løsningene)

I trekanten ABC er $AB = AC = 720$ og $\angle A = 90^\circ$. Midtpunktet på siden BC er E , og midtpunktet på linjestykket AE er F . Linjen gjennom C og F treffer AB i D . Hvor langt er linjestykket AD ?

Oppgave 7 2017/2018 (→ side 21 i løsningene)

En sirkel med sentrum i Q går gjennom to nabo-hjørner i et kvadrat med sidekant 32, og tangerer den motstående siden. Hva er lengden av den brukne linjen $PQRS$ i figuren, avrundet til nærmeste heltall?

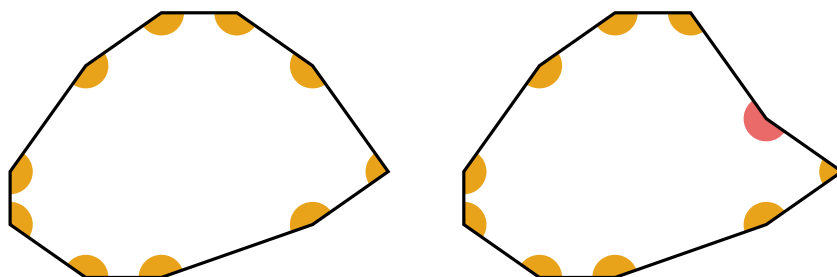




Oppgave 2 2018/2019 (→ side 21 i løsningene)

Alle vinklene i en konveks tikanter $ABCDEFGHIJ$ måles i grader, og alle vinkelmaßene er heltall. Hva er den minste mulige verdien av $A + B + C + D + E$?

Den venstre tikanteren i figuren er konveks. Den til høyre er ikke konveks.



Oppgave 10 2018/2019 (→ side 22 i løsningene)

Overflaten av et konvekst polyeder består av 30 kvadrater, 20 regulære sekskanter, og 12 regulære tikanter. Hvor mange hjørner har det?

Oppgave 4 2019/2020 (→ side 22 i løsningene)

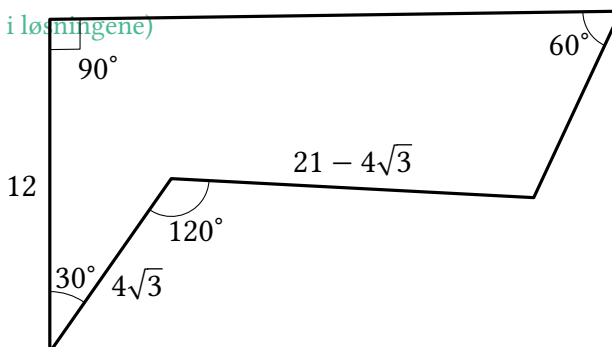
Et parallelogram har hjørner i punktene $(2, 0)$, $(0, 4)$, $(5, 79)$ og $(3, 83)$. En linje gjennom punktet $(2, 34)$ deler parallelogrammet i to deler med like stort areal. Hva er stigningstallet til linjen?

Oppgave 10 2019/2020 (→ side 22 i løsningene)

I en rettvinklet trekant ABC er $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, og $|AC| = 11$. Fotpunktet til normalen fra C til linjen AB kalles D . Midtpunktet til CD er M , og midtpunktet til CB er N . Linjen AM skjærer CB i X , og linjen AN skjærer CD i Y . Bestem verdien av $(|XB| + 2|YD|)^2$.

Oppgave 2 2020/2021 (→ side 23 i løsningene)

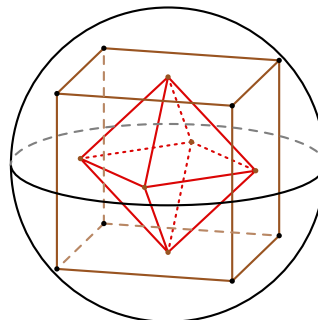
Hvor stort er arealet av figuren? (Merk at vinkler og forhold mellom sidelengder ikke er korrekte i figuren! Du har bare måltallene å holde deg til.)





Oppgave 5 2020/2021 (→ side 23 i løsningene)

Alle hjørnene i en kube ligger på overflaten av en kule med radius $2^{2/3} \cdot 3^{3/2}$. Et oktaeder har sine hjørner i de seks sentrene på sidene til kuben. Hva er volumet av oktaederet?

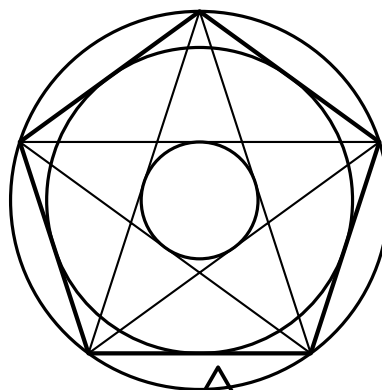


Oppgave 4 2021/2022 (→ side 24 i løsningene)

I firkanten $ABCD$ er $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, $|AB| = 25$ og $|CD| = 144$. Trekantene ABM og MCD er formlike, der M er midtpunktet på BC . Hva er $|AD|$? ($|XY|$ er lengden av linjestykket XY .)

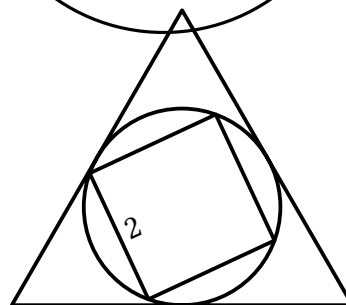
Oppgave 10 2021/2022 (→ side 24 i løsningene)

En regulær femkant er innskrevet i en sirkel med radius 1814. En femtakket stjerne deler hjørner med femkanten, og danner en ny regulær femkant innvendig (se figuren). To nye sirkler er innskrevet i de to femkantene. Hva er forskjellen mellom radien til den største og den minste av de to innskrevne sirklene?



Oppgave 2 2022/2023 (→ side 25 i løsningene)

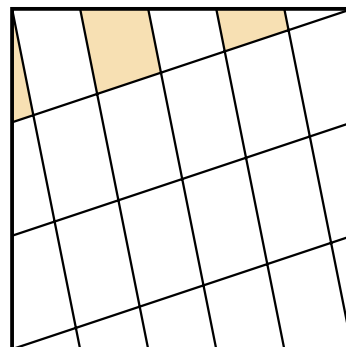
Et kvadrat med sidelengde 2 er innskrevet i den innskrevne sirkelen til en likesidet trekant. Hva er kvadratet av sidelengden til trekanten?



Oppgave 10 2022/2023 (→ side 26 i løsningene)

De skrå linjene i figuren deler to av sidene i kvadratet i fem like store deler, og de to andre sidene i tre like store deler hver. Arealet av det skyggete området er 70.

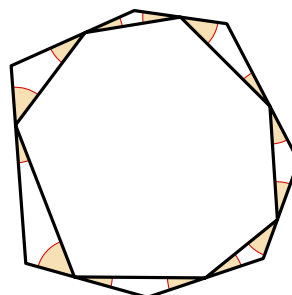
Hva er arealet av kvadratet?





Oppgave 2 2023/2024 (→ side 26 i løsningene)

En sjukant er innskrevet i en større sjukant, med hjørnene i den indre sjukanten på sidene i den ytre. I hvert av disse hjørnene er det to vinkler mellom sidene i den indre og den ytre sjukanten, som vist i figuren. Hvor stor er summen av alle de fjorten vinklene, målt i grader?

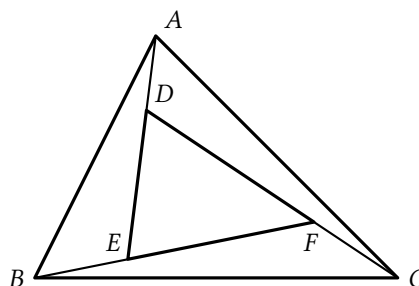


Oppgave 4 2023/2024 (→ side 27 i løsningene)

En rektangulær eske har innvendige dimensjoner $2 \times 3 \times 100$. Hvor mange klinkekuler med radius 1 får plass i esken samtidig?

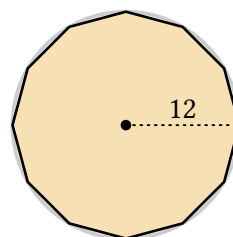
Oppgave 10 2023/2024 (→ side 27 i løsningene)

Trekanten DEF ligger inni trekanten ABC slik at A , D og E ligger på linje, og DE er dobbelt så lang som AD . Likedan ligger B , E og F på linje, med EF dobbelt så lang som BE , og C , F og D ligger på linje med FD dobbelt så lang som CF . Trekanten ABC har areal 702. Hva er arealet av trekanten DEF ?



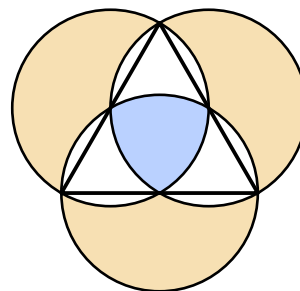
Oppgave 5 2024/2025 (→ side 28 i løsningene)

I en regulær mangekant er alle sidene like lange, og det er samme vinkel i alle hjørnene. Hva er arealet til en regulær tolvkant som er innskrevet i en sirkel med radius 12?



Oppgave 8 2024/2025 (→ side 28 i løsningene)

Trekanten i figuren er likesidet, med sidekant 6. De tre sirklene har hver sin trekantside som diameter. La A_1 være arealet av den delen av figuren (beige) som består av punkter som er innenfor nøyaktig én av de tre sirklene, og A_3 være arealet av den delen (lys blå) som er innenfor alle tre. Hva er verdien av $(A_1 - A_3)^2$?





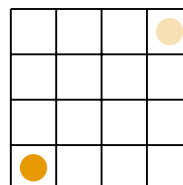
Kombinatorikk og sannsynlighet

Oppgave 10 2005/2006 (→ [side 29 i løsningene](#))

Tre ektepar er på kino og sitter på seks seter på rad. På hvor mange måter kan de seks personene plasseres uten at noen ektefeller sitter ved siden av hverandre?

Oppgave 5 2006/2007 (→ [side 29 i løsningene](#))

På et 4×4 -rutenett kan en brikke flyttes fra rute til rute mot høyre, oppover og på skrå oppover mot høyre. På hvor mange måter kan brikken flyttes fra nederste venstre rute til øverste høyre rute?



Oppgave 8 2006/2007 (→ [side 29 i løsningene](#))

Det er færre enn 30 elever i en klasse. Hver gutt er venn med tre andre gutter og to jenter. Hver jente er venn med med tre gutter og fem andre jenter. Hvor mange elever er det i klassen? (Hvis A er venn med B , så er også B venn med A .)

Oppgave 1 2007/2008 (→ [side 29 i løsningene](#))

Hvor mange «ord» kan en bygge ved å bruke hver av bokstavene b, e, i, n, s nøyaktig én gang uten at de to vokalene kommer ved siden av hverandre?

Oppgave 3 2007/2008 (→ [side 29 i løsningene](#))

Hver rute i et rutenett med 20×20 ruter er malt hvit eller svart. To ruter kalles *naboer* hvis de har en felles kant eller et felles hjørne. Hver svart rute har tre svarte naboer, mens hver hvit rute har fire svarte naboer. Hvor mange svarte ruter er det i rutenettet?

Oppgave 10 2007/2008 (→ [side 30 i løsningene](#))

Det ligger k røde, k blå og k grønne brikker på et bord. Anna, John og Pål skal spille et brettspill. De tar k brikker hver uten å se på dem. Hva er minste verdi av k som gjør det sikkert at en av spillerne minst har ti røde brikker, en annen minst har ti blå og en tredje minst har ti grønne?



Oppgave 4 2008/2009 (→ [side 30 i løsningene](#))

Sir Lancelot og fem andre riddere sitter ved et rundt bord. Alle seks er blitt uvenner med sidemannen på begge sider. På hvor mange måter kan de sette seg rundt bordet når Sir Lancelot skal beholde sin plass, samtidig som ingen skal bli sittende ved siden av en av de nye uvennene sine?

Oppgave 10 2008/2009 (→ [side 31 i løsningene](#))

Kari og Mons kaster krone og mynt. Hver gang det blir krone, får Kari ett poeng, og hver gang det blir mynt, får Mons ett poeng. Vinneren er den som først har 6 poeng, eller som har minst 4 poeng og leder med minst 3 poeng over den andre. Hvor mange forskjellige spill, i betydningen serier av myntkast som ender med en vinner, er det mulig å spille?

Oppgave 4 2009/2010 (→ [side 31 i løsningene](#))

På hvor mange måter kan tre forskjellige tall fra og med 1 til og med 13 velges slik at summen av de tre tallene er delelig på 3?

Oppgave 9 2009/2010 (→ [side 31 i løsningene](#))

I en klasse skal en komité på to jenter og to gutter velges. Det er 3630 måter å velge den på. Hvor mange elever er det i klassen?

Oppgave 3 2010/2011 (→ [side 32 i løsningene](#))

Ti elever skal deles inn i fem par, som skal arbeide sammen på et prosjekt. På hvor mange måter kan dette gjøres?

Oppgave 6 2010/2011 (→ [side 32 i løsningene](#))

Det ligger ti kuler i en eske. Noen er blå, noen er røde, og noen er gule. Hvis man trekker tre kuler, er sannsynligheten for at det er én kule av hver farge $3/10$. Hvor mange gule kuler er det, hvis det er flere gule kuler enn hver av de andre fargene?

Oppgave 8 2010/2011 (→ [side 32 i løsningene](#))

Hvor mange positive heltall mindre enn 1000 kan skrives som en differanse mellom to kvadrattall? (Et kvadrattall er et helt tall opphøyd i andre potens.)



Oppgave 10 2010/2011 (→ side 32 i løsningene)

Arne og Berit spiller en serie sjakkpartier. Spiller de remis (uavgjort), får ingen poeng, men ellers får vinneren like mange poeng som motspilleren har på dette tidspunktet. De starter med ett poeng hver. Vinneren av serien er den som først oppnår 10 poeng eller mer.

Hva er summen av alle ulike poengsummer som taperen kan ende på i serier der den som vinner serien ender på nøyaktig 10 poeng?

Oppgave 1 2011/2012 (→ side 33 i løsningene)

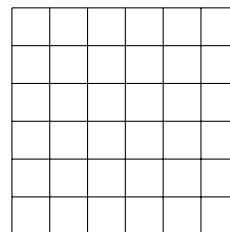
Kari har ti forskjellige bamser, og har bestemt seg for å ta med tre eller flere av dem på ferie. På hvor mange måter kan hun gjøre dette?

Oppgave 7 2011/2012 (→ side 33 i løsningene)

Fem venner skal gi hverandre gaver. De har laget en gave hver, som de skal gi bort til en av de andre. På hvor mange måter kan de fordele gavene slik at alle får en gave, og ingen får gaven de selv har lagd?

Oppgave 2 2012/2013 (→ side 33 i løsningene)

I figuren  er det 9 rektangler i alt. Hvor mange rektangler er det i figuren til høyre?

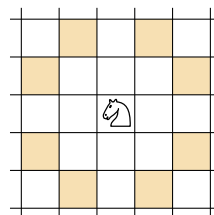


Oppgave 4 2012/2013 (→ side 33 i løsningene)

Hvor mange permutasjoner av tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6 er slik at ethvert oddetall er ved siden av minst ett partall?

Oppgave 1 2013/2014 (→ side 33 i løsningene)

I sjakk flyttes springeren (brikken som ser ut som en hest) slik at springeren i figuren kan flyttes til ett av de markerte feltene i ett trekk. En springer står på et uendelig stort sjakkbrett. Springeren flyttes to springertrekk. På hvor mange ulike felter kan den stå etter de to trekkene?



Oppgave 2 2013/2014 (→ side 34 i løsningene)

Hvor mange ordnede tripler (a, b, c) av positive heltall finnes slik at $abc = 500$?



Oppgave 5 2013/2014 (→ [side 34 i løsningene](#))

Foran deg ligger fem klinkekuler i forskjellige farger. Ved siden av står fem esker, én eske i hver av fargene. På hvor mange måter kan klinkekulene fordeles én i hver eske slik at hver klinkekule havner i en eske med en annen farge enn seg selv?

Oppgave 1 2014/2015 (→ [side 34 i løsningene](#))

Hvor mange sekssifrede positive heltall kan man lage hvis hvert tall må ha strengt stigende sifre fra venstre til høyre?

Oppgave 5 2014/2015 (→ [side 34 i løsningene](#))

På hvor mange måter kan 9 svarte og 9 hvite tårn plasseres ut på et 6×6 -sjakkbrett slik at intet hvitt tårn kan slå et svart?

Et tårn kan slå en annen brikke hvis det står på samme rad eller samme linje (kolonne) som den andre brikken, uten at det er andre brikker mellom de to.

Oppgave 6 2014/2015 (→ [side 35 i løsningene](#))

La A_0 være mengden $\{1, 2, 3, 4\}$. La A_{i+1} være mengden av alle mulige summer du kan få ved å addere to tall i A_i , der de to tallene ikke trenger være forskjellige. Hvor mange forskjellige tall er det i A_8 ?

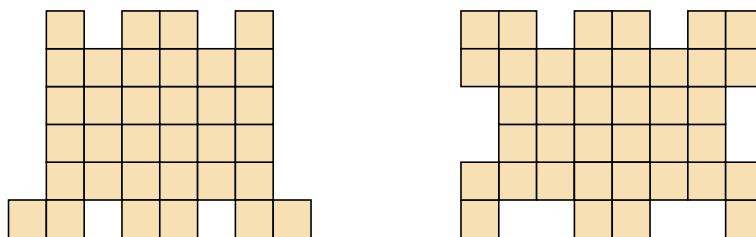
Oppgave 8 2015/2016 (→ [side 35 i løsningene](#))

En sprek loppe trener lengdehopp ved å hoppe frem og tilbake på tallinjen. Hver økt starter i 0, og består av ett hopp hver av lengde 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 og 256, alltid i denne rekkefølgen. For å ha litt variasjon i øktene, kan loppen fritt velge retning, til høyre eller til venstre, på hvert hopp. I hvor mange forskjellige heltall kan loppen ende en treningsøkt?



Oppgave 10 2015/2016 (→ side 35 i løsningene)

Figuren til venstre kan dekkes med 17 dominobrikker på i alt M måter, mens den til høyre kan dekkes med 19 dominobrikker på N måter. (En dominobrikke har form som et 2×1 -rektangel. Brikkene skal dekke hele figuren uten å overlape.) Enten M/N eller N/M er et heltall. Hvilket heltall er det?



Oppgave 3 2016/2017 (→ side 35 i løsningene)

Tre punkter er merket av på hver av sidene i et kvadrat, ingen av dem i et av kvadratets hjørner. Hvor mange trekanter kan dannes med hjørner valgt blant disse tolv punktene?

Oppgave 7 2016/2017 (→ side 36 i løsningene)

Det finnes fem typer regulære terninger. I tillegg til den vanlige seks-sidete kuben som brukes i de fleste terningspill, har vi tetraederet med fire sider, oktaederet med åtte, dodekaederet med tolv, og ikosaederet med tjue sider. Sidene til en terning med n sider er merket med henholdsvis $1, 2, \dots, n$ øyne. Nils kaster ti terninger: ett tetraeder, to kuber, to oktaedre, ett dodekaeder og fire ikosaedre. Han legger merke til at det er like sannsynlig at han kaster en totalsum mindre enn k , som at han kaster en totalsum større enn k . Hva er tallet k ?

Oppgave 5 2017/2018 (→ side 36 i løsningene)

Et rektangel satt sammen av hele ruter på et sjakkbrett kalles *ubalansert* dersom det dekker et forskjellig antall hvite og svarte ruter. Hvor mange ubalanserte rektangler finnes på et vanlig (8×8) sjakkbrett?

Oppgave 6 2017/2018 (→ side 36 i løsningene)

Hvor mange syvsifrede tall kan lages ved å bytte om på sifrene i 1234567 slik at hvert av oddetallssifrene har nøyaktig ett annet oddetallssiffer ved siden av seg?



Oppgave 10 2017/2018 (→ [side 36 i løsningene](#))

Hvor mange binære strenger av lengde elleve finnes det som ikke inneholder mer enn to nuller på rad? (Eksempel: 00111101001.)

Oppgave 1 2018/2019 (→ [side 37 i løsningene](#))

Kalle kanin skal hoppe opp en trapp som har 12 trinn. Han hopper enten ett eller to trinn av gangen, og han hopper aldri ned igjen. På hvor mange måter kan han hoppe til toppen av trappen?

Oppgave 4 2018/2019 (→ [side 37 i løsningene](#))

Nils skriver opp det 90-sifrede heltallet 987654321...987654321 på en tavle, altså med 987654321 ti ganger etter hverandre. Deretter visker han ut to av sifrene. Det 88-sifrede tallet han ender opp med er delelig på 9. Hvor mange forskjellige tall kan han ha endt opp med?

Oppgave 3 2019/2020 (→ [side 37 i løsningene](#))

En likesidet trekant med sidelengde 40 deles opp i små likesidede trekanter med sidelengde 1. Disse små trekantene farges svarte og hvite, slik at to småtrekanter med en felles side alltid har forskjellig farge. Det er flere svarte småtrekanter enn hvite. Hvor mange hvite småtrekanter er det?

Oppgave 5 2019/2020 (→ [side 38 i løsningene](#))

Sigrid, Petra og Odd spiller et spill. I hver runde kaster de to terninger, og hver får ett eller null poeng avhengig av resultatet. Sigrid får poeng hvis summen er et partall, Petra får poeng hvis produktet er et partall, mens Odd får poeng hvis minst én av terningene viser et oddetall. Etter 300 kast har Sigrid 147 poeng, og Petra har 226. Hvor mange poeng har Odd?

Oppgave 7 2019/2020 (→ [side 38 i løsningene](#))

Hvor mange heltall mellom 10000 og 99999 inneholder sekvensen 777 (uten andre siffer mellom) minst én gang, når de skrives som desimaltall?



Oppgave 1 2020/2021 (→ [side 38 i løsningene](#))

I finalen i en matematikkonkurranse er det fire oppgaver, som hver omhandler ett av temaene A , G , K og T . Alle de fire temaene er representert. Andrea vedder på at hun klarer å gjette rekkefølgen på temaene før konkurransen avholdes, og Beate vedder imot. De blir enige om at Beate skal spandere n iser på Andrea dersom Andrea gjetter riktig, i bytte mot at Andrea skal spandere én is på Beate dersom Andrea gjetter feil. Hva er n dersom dette er et rettferdig spill?

Oppgave 6 2020/2021 (→ [side 39 i løsningene](#))

På hvor mange måter kan du fargelegge alle de hvite rutene i et 4×4 sjakkbrett med rødt, grønt og blått, slik at to ruter som har et felles hjørne får forskjellig farge?

Oppgave 10 2020/2021 (→ [side 39 i løsningene](#))

Positive heltall $n_2, n_3, n_4, \dots, n_{2020}$ er slik at

$$2^{n_2} + 3^{n_3} + 4^{n_4} + \dots + 2020^{n_{2020}} \leq \frac{2020 \cdot 2021}{2} + 47.$$

Hvor mange forskjellige verdier kan $n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_{2020}$ ha?

Oppgave 2 2021/2022 (→ [side 39 i løsningene](#))

Nils må lage en firesifret PIN-kode til nettpanken sin. For å gjøre den lett å huske, vil han at de første to sifrene og de siste to sifrene skal danne to tall med en differanse høyst lik tre. Altså er 0811, 1108 og 3232 ok, mens 1971 ikke er det. Hvor mange ulike koder kan han velge blant?

Oppgave 5 2021/2022 (→ [side 40 i løsningene](#))

Arne, Berit og Cecilie tok håndavtrykk av begge hender, én hånd på hvert ark. Deretter legger de disse arkene på rad på bordet slik at avtrykket av venstre hånd fra hver av dem ligger til venstre for, men ikke nødvendigvis inntil, avtrykket av høyre hånd fra samme person. Hvor mange forskjellige rekkefølger er det mulig å få til?



Oppgave 8 2021/2022 (→ [side 40 i løsningene](#))

Lag A og lag B spiller Abeldabel. Lag A har fem medlemmer, og lag B har sju medlemmer. Lag A starter med å sende k av sine medlemmer til Abeldabelbordet (der $1 \leq k \leq 5$), og lag B må da sende like mange av sine medlemmer. Hvor mange ulike kombinasjoner av spillere kan det finnes ved Abeldabelbordet?

Oppgave 3 2022/2023 (→ [side 40 i løsningene](#))

Hvor mange positive heltall har alle sifrene i strengt stigende rekkefølge?

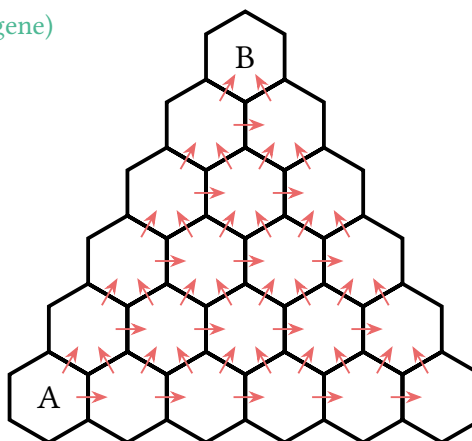
Oppgave 6 2022/2023 (→ [side 41 i løsningene](#))

Nils har en kortstokk med seks identiske blanke kort, hvert av dem med to like sider. Han vil skrive alle tallene 1, 2, ..., 12 på dem, ett tall på hver side av hvert kort, slik at summen av tallene på de to sidene av hvert kort er et partall. På hvor mange måter kan han gjøre det?

Oppgave 8 2022/2023 (→ [side 41 i løsningene](#))

Cellene i figuren er forbundet med enveis-sluser som lar deg passere fra hver celle til nabocellen direkte til høyre, eller til en av de to nabocellene i raden ovenfor – der disse cellene finnes.

Hvor mange veier er det fra A til B?



Oppgave 3 2023/2024 (→ [side 41 i løsningene](#))

Per er glad i egg. Hver dag i et helt år stjeler han egg fra hønsegården til Pål. Han stjeler alltid minst ett egg hver dag, men aldri mer enn tre egg om dagen. Etter 365 dager har han stjålet 700 egg. Hva er differansen mellom det størst mulige og det minst mulige antall dager han stjal eksakt to egg?



Oppgave 6 2023/2024 (→ [side 42 i løsningene](#))

Nils har en kortstokk med fem identiske blanke kort, hvert med en rød side og en blå side. Han vil skrive alle tallene 1, 2, ..., 10 på dem, ett tall på hver side av hvert kort. Når det er gjort vil han legge kortene på en rekke, slik at tallene på de røde sidene er i stigende eller avtakende rekkefølge, og tallene på de blå sidene også er i stigende eller avtakende rekkefølge. På hvor mange måter kan tallene skrives på kortene slik at dette er mulig?

Oppgave 8 2023/2024 (→ [side 42 i løsningene](#))

Nina har skrevet tallene 1, 2, ..., 999 på en stor tavle. Men hun liker ikke nitall, så hun erstatter alle forekomster av tallsifferet 9 med 6. For eksempel blir 499 til 466, og 940 blir til 640, mens 234 er uendret. Hva er gjennomsnittet av alle tallene som nå står på tavlen, rundet av til nærmeste heltall?

Oppgave 1 2024/2025 (→ [side 42 i løsningene](#))

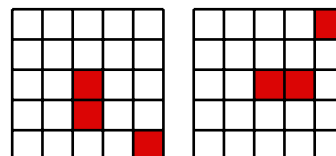
Mina må lage et passord på nøyaktig åtte tegn. Hun kan bare velge blant de første åtte bokstavene i alfabetet (A til H) og de åtte tallsifrene 1 til 8. Hun må velge minst én bokstav og minst ett tallsiffer. Hvis det er N mulige passord som oppfyller disse kravene, hva er det største oddetallet som går opp i N et helt antall ganger?

Oppgave 2 2024/2025 (→ [side 42 i løsningene](#))

På Bakkeskogen skole er det fire ulike klasser og fem lærere. Hver lærer skal undervise én og bare én klasse, mens hver klasse skal ha minst én lærer. På hvor mange måter kan lærerne fordeles på de ulike klassene?

Oppgave 9 2024/2025 (→ [side 43 i løsningene](#))

Astrid har et 5×5 rutenett. Hun vil male tre av rutene røde. Hun regner to måter å gjøre det på som like dersom hun kan gjøre om den ene til den andre ved bare å rotere brettet 90 (som i figuren), 180 eller 270 grader. På hvor mange forskjellige måter kan Astrid male tre ruter?





Tallteori

Oppgave 3 2005/2006 (→ [side 44 i løsningene](#))

Finn summen av alle heltall x som gjør at $x^2 - 20x + 75$ er et (positivt) primtall.

Oppgave 7 2005/2006 (→ [side 44 i løsningene](#))

La $n(a, b)$ være antall heltall x som er slik at $a > x \geq b$ og a er delelig med x . Hva er $n(101, 1) + n(102, 2) + \dots + n(200, 100)$ lik?

Oppgave 1 2006/2007 (→ [side 44 i løsningene](#))

Hva er det minste positive heltallet som er delelig med alle heltall fra 1 til og med 8?

Oppgave 10 2006/2007 (→ [side 44 i løsningene](#))

31 røvere skal dele et bytte som består av gullmynter, ikke flere enn 20 000 i alt. Men når de prøver å dele byttet likt, blir det 30 gullmynter til overs. Lederen for røverbanden kommer på at det sikkert ville gå opp om de bare var 30 røvere, så han kapper hodet av en av røverne. Men når de så forsøker å dele byttet igjen, blir det 29 gullmynter til overs. Lederen er ikke bedre enn at han prøver samme metode igjen, og nok et hode ruller. Denne gangen lar byttet seg dele likt på de 29 gjenværende røverne, noe som viser at man ikke skal gi seg etter første mislykkede forsøk. Hvor mange gullmynter fikk hver av de 29 røverne?

Oppgave 2 2007/2008 (→ [side 44 i løsningene](#))

En skyskraper har en litt spesiell heis. Istedenfor én knapp for hver etasje, er det bare to knapper: én for å komme 11 etasjer lenger opp, og én for å komme 8 etasjer lenger ned. Hvor mange trykk på knappene må minst til for å komme fra første til tredje etasje?

Oppgave 4 2007/2008 (→ [side 44 i løsningene](#))

Finn minste positive heltall n som er slik at $n/2$ er et kvadrattall (andre potens av et heltall) og $n/3$ et kubikktall (tredje potens av et heltall).



Oppgave 6 2007/2008 (→ side 45 i løsningene)

Hvor mange positive heltall er lik fire ganger tverrsummen sin (summen av sifrene)?

Oppgave 2 2008/2009 (→ side 45 i løsningene)

I en (stor) kurv ligger det mange egg. Hvis du tar ut eggene to om gangen, blir det ett egg igjen. Det samme skjer hvis du tar dem ut tre om gangen, eller fire, eller fem, eller seks om gangen. Men hvis du tar dem ut sju om gangen, blir det ingen egg igjen. Hva er det minste mulige antall egg i kurven?

Oppgave 8 2008/2009 (→ side 45 i løsningene)

Hva er halve summen av alle positive heltall n som er slik at $2009 + n^2$ er kvadratet av et positivt heltall?

Oppgave 1 2009/2010 (→ side 45 i løsningene)

Vi sier at et tall med fire sifre er *interessant* hvis tallet som består av de to første sifrene er dobbelt så stort som tallet som består av de to siste sifrene (for eksempel er 2010 interessant). Hva er det største positive heltallet d som er slik at alle interessante tall er delelige på d ?

Oppgave 5 2009/2010 (→ side 45 i løsningene)

To positive heltall a og b er slik at $a^3 - b^3 = 485$. Hva er $a^3 + b^3$ lik?

Oppgave 8 2009/2010 (→ side 45 i løsningene)

Tre positive heltall x , y og z er slik at $xyz + xy + 2yz + xz + x + 2y + 2z = 28$. Hva er $x + y + z$ lik?

Oppgave 2 2010/2011 (→ side 45 i løsningene)

Vi kaller et positivt heltall *superdelelig* hvis summen av alle tall som tallet er delelig med (inkludert 1 og tallet selv), er mer enn dobbelt så stort som tallet selv. Hva er det minste superdelelige tallet?

Oppgave 3 2011/2012 (→ side 46 i løsningene)

Et tall er slik at hvis du deler det på 2010, får du 1000 i rest. Hvis du deler det på 2012, får du 100 i rest. Hva er resten hvis du deler tallet på 12?



Oppgave 5 2011/2012 (→ [side 46 i løsningene](#))

Hvor mange heltall m , der $2 \leq m \leq 10000$, er slik at $m^3 + m^2 - m - 1$ er et kvadrattall?

Oppgave 1 2012/2013 (→ [side 46 i løsningene](#))

Hva er den største primtallsfaktoren i 899?

Oppgave 6 2012/2013 (→ [side 46 i løsningene](#))

Hvor mange av de positive heltallene mindre enn 2013 er hverken delelig med 2, 3, 4 eller 5?

Oppgave 10 2012/2013 (→ [side 47 i løsningene](#))

Positive heltall a , b og c er slik at $4abc + 2ab + 2bc + 2ca + a + b + c = 1006$.
Hva er $a + b + c$?

Oppgave 8 2013/2014 (→ [side 47 i løsningene](#))

Et palindrom er et tall som ikke forandres om du skriver sifrene i motsatt rekkefølge, slik som 212 eller 777. Finn antall tresifrede palindromer som er delelig med sin egen tverrsum. (Du får ikke sette en null foran et tosifret tall og regne det som tresifret.)

Oppgave 10 2013/2014 (→ [side 47 i løsningene](#))

Hva er det minste positive heltallet b slik at 2014 går opp i $5991b + 289$?

Oppgave 4 2014/2015 (→ [side 47 i løsningene](#))

Hvis $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ og $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ for $n \geq 2$, hva er siste siffer i a_{2014} ?



Oppgave 9 2014/2015 (→ side 48 i løsningene)

En eske inneholder færre enn 1000 sjokoladebiter. Nils ønsker å dele dem inn i like store hauger. Først prøver han seg med 15 hauger, men sitter igjen med 12 biter til overs. Han spiser dem opp, og forsøker deretter å dele opp resten i 16 like store hauger. Men nå sitter han igjen med 13 biter til overs, og bestemmer seg for også å spise disse. I sitt tredje og siste forsøk, nå med 18 like store hauger, ender han opp med 14 biter til overs, så han spiser opp disse også. I frustrasjon fortsetter han å spise, men etter 19 biter til blir han svimmel og må legge seg ned, og han tror han ser en gås med en liten svenske på ryggen komme og stjele resten av sjokoladen. Hvor mange sjokoladebiter var det opprinnelig i esken?

Oppgave 10 2014/2015 (→ side 48 i løsningene)

Fire forskjellige positive heltall a , b , c og d er slik at $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Hva er minste mulige verdi av $abcd$?

Oppgave 1 2015/2016 (→ side 48 i løsningene)

Hvis a og b er positive heltall og $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 = 2^{10}$, hva er verdien av a ?

Oppgave 3 2015/2016 (→ side 49 i løsningene)

Blant de positive heltallene mindre enn 32 har A tall nøyaktig fire forskjellige positive divisorer, B tall har nøyaktig tre forskjellige positive divisorer, og C tall har nøyaktig to forskjellige positive divisorer. (En *divisor* er et heltall som går opp i et gitt heltall n . Merk at 1 og n alltid er divisorer til et positivt heltall $n \neq 0$.) Hva er produktet ABC ?

Oppgave 6 2015/2016 (→ side 49 i løsningene)

Hvor mange positive heltallsløsninger (a, b) har likningen $2016 + a^2 = b^2$?

Oppgave 1 2016/2017 (→ side 49 i løsningene)

Hva er det minste positive heltallet k som er slik at $2016 \cdot k$ er delelig på 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 og 10?



Oppgave 4 2016/2017 (→ [side 49 i løsningene](#))

Hvilket naturlig tall n er slik at det minste kvadrattallet større enn n er $n + 37$, mens det største kvadrattallet mindre enn n er $n - 14$?

Oppgave 8 2016/2017 (→ [side 49 i løsningene](#))

Skriv $a_n = n - t(n)$, der $t(n)$ er tverrsummen til et positivt heltall n . For eksempel er $t(2017) = 2 + 0 + 1 + 7 = 10$, så $a_{2017} = 2007$. Hvor mange forskjellige tall er det blant verdiene av $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2016}, a_{2017}$?

Oppgave 2 2017/2018 (→ [side 49 i løsningene](#))

Hva er det minste positive heltallet som ikke har noen felles primfaktor med produktet $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 199 \cdot 200$?

Oppgave 3 2017/2018 (→ [side 50 i løsningene](#))

Et positivt heltall kalles *geometrisk* hvis sifrene er forskjellige og danner en geometrisk følge. Hva er forskjellen mellom det største og det minste tresifrede geometriske tallet?

Oppgave 9 2017/2018 (→ [side 50 i løsningene](#))

Hvilket positivt heltall mindre enn 1000 har flest divisorer?

Oppgave 5 2018/2019 (→ [side 50 i løsningene](#))

Trekanttallene $T_1, T_2, T_3, \dots$ er definert ved

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Hva er summen av alle positive heltall n slik at T_{n+4} er delelig på T_n ?

Oppgave 6 2018/2019 (→ [side 50 i løsningene](#))

Hvor mange av de 999 positive heltallene mindre enn 1000 kan skrives på formen $a^2 - b^2$, der a og b er heltall?

Oppgave 7 2018/2019 (→ [side 51 i løsningene](#))

Positive heltall a, b, c oppfyller ligningene $2a + 3b = 5c$ og $a + b + c = 2019$. Hva er den største verdien c kan ha?



Oppgave 9 2018/2019 (→ [side 51 i løsningene](#))

Hva er det største heltallet under 1000 som er delelig på nøyaktig 20 naturlige tall, medregnet 1 og tallet selv?

Oppgave 1 2019/2020 (→ [side 51 i løsningene](#))

Hva er summen av de heltallene fra og med 1 til og med 47 som ikke er delelige med 6?

Oppgave 6 2019/2020 (→ [side 52 i løsningene](#))

Hva er summen av lengdene til hypotenusene i alle rettvinklede trekanter med heltallige sidelengder som har en side med lengde 12? To trekanter som er kongruente eller speilbilder av hverandre skal regnes bare én gang i summen.

Oppgave 9 2019/2020 (→ [side 52 i løsningene](#))

Hva er det største antall oddetall vi kan velge mellom 0 og 2020, slik at ingen av de valgte tallene går opp i noen av de andre?

Oppgave 3 2020/2021 (→ [side 52 i løsningene](#))

Hva er minste verdi av $a+b$, der a og b er positive heltall med $2021+a^2 = b^2$?

Oppgave 8 2020/2021 (→ [side 53 i løsningene](#))

Hva er det største heltallet $N < 1000$ slik at N har nøyaktig fire divisorer, mens $N + 1$ har et odde antall divisorer? En divisor til N er et heltall d med $1 \leq d \leq N$ som deler N .

Oppgave 9 2020/2021 (→ [side 53 i løsningene](#))

Hva er den største mulige verdien av $\frac{1}{2}(a+b)$, der a og b er positive heltall slik at $(a+b)^2 = 2020a$?

Oppgave 1 2021/2022 (→ [side 53 i løsningene](#))

Hva er det minste positive heltallet som er delelig med 12, 14 og 42?



Oppgave 7 2021/2022 (→ [side 53 i løsningene](#))

Hvor mange positive heltall som deler (går opp i) $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdots 2 \cdot 1$ er ikke kvadrattall?

Oppgave 9 2021/2022 (→ [side 54 i løsningene](#))

Niels skriver alle tosifrede tall etter hverandre på en stor tavle, og får dermed et tall 10111213 ... 979899 med 180 sifre. Hvilken rest gir dette tallet etter divisjon med 792?

Oppgave 5 2022/2023 (→ [side 54 i løsningene](#))

Primtallene p , q og r er slik at både p , q og r går opp i $p + q + r$. I tillegg er $pqr < 2023$, og produktet pqr er det størst mulige gitt disse betingelsene. Hva er $p + q + r$?

Oppgave 7 2022/2023 (→ [side 55 i løsningene](#))

Hva er det største heltallet k som er slik at det finnes et positivt heltall a der 2023 ikke går opp i $\frac{(a+k)!}{a!}$?

Oppgave 9 2022/2023 (→ [side 55 i løsningene](#))

Naturlige tall m og n er slik at $3m^2 + n^2 = 4mn + 2m + 800$. Hva er den størst mulige verdien av m ?

Oppgave 5 2023/2024 (→ [side 55 i løsningene](#))

Ellen er interessert i primtall. For hvert tall $n = 2, 3, 4$ og så videre, skriver hun opp alle primtallene som går opp i n på et ark. For eksempel, etter å ha gjort dette opp til $n = 13$, har hun skrevet 2 3 2 5 2 3 7 2 3 2 5 11 2 3 13. Hun holder styr på hvor mange ganger hvert tallsiffer forekommer. (Når hun er ferdig med $n = 13$, har hun skrevet sifferet 3 fem ganger.) Hun gir seg når alle tallsifrene har forekommet minst tre ganger. Hva er verdien av n når hun stopper?

Oppgave 7 2023/2024 (→ [side 55 i løsningene](#))

En divisor til et naturlig tall n er et naturlig tall som går opp i n . Både 1 og n regnes som divisorer til n . Finn det største naturlige tallet som er slik at strengt flere enn halvparten av divisorene til tallet er ensifrede.



Oppgave 3 2024/2025 (→ side 55 i løsningene)

Weronika har skrevet opp alle heltallene fra og med 1900 til og med 2025 på en tavle. Hun regner ut summen av alle tallsifrene på tavlen. Hva er det minste oddetallet større enn 2 som går opp i denne summen et helt antall ganger?

Oppgave 6 2024/2025 (→ side 56 i løsningene)

Hva er summen av sifrene i det minste kvadrattallet m som er slik at $m - 1001$ også er et kvadrattall?

Oppgave 10 2024/2025 (→ side 56 i løsningene)

Sofia har et tosifret og et tresifret tall. Hun legger merke til at dersom hun ganger produktet av tallene med 9, får hun et femsifret tall der det tosifrede tallet hennes kommer først, og det tresifrede bak – som om $9 \cdot 12 \cdot 345$ skulle blitt 12345. Hva er summen av de opprinnelige tallene til Sofia?