Konvergenstester

0. ***n*-teleddstesten**: Hvis ikke $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, divergerer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

1. **Positive ledd**: Rekker med bare positive ledd konvergerer, eller divergerer mot ∞.

2. **Absolutt konvergens**:
Absolutt konvergente rekker konvergerer. Derfor: *Alle tester som gjelder konvergens for rekker med positive ledd kan trivielt skrives om til tester som gjelder absolutt konvergens for vilkårlige rekker.*

3. **Integraltesten**:
Om $a_n = f(n)$, $f(x) > 0$ avtagende, er

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Leftrightarrow \int_1^{\infty} f(x)\,dx < \infty.$$

4. **Sammenligningstesten**:
Om $0 \le a_n \le b_n$ for alle n gjelder

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty.$$

5. **Grensesammenligningstesten**:
Om $a_n > 0$ og $b_n > 0$ for alle n og

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = R, \quad 0 < R < \infty$$

gjelder

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty.$$

6. **Forholdstesten**: Om $a_n > 0$ og

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \rho$$

gjelder:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ er } \begin{cases} \text{konvergent} & \text{om } \rho < 1, \\ \text{divergent} & \text{om } \rho > 1, \end{cases}$$

og testen gir ingen konklusjon om $\rho = 1$.

7. **Rottesten**: Om $a_n > 0$ og

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \rho$$

gjelder samme konklusjoner som for forholdstesten.

8. **Alternerende rekke**: Om $a_n > 0$, følgen $\{a_n\}$ er avtagende, og $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, er $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ konvergent.