SIF5005 Matematikk 2, våren 2003

Auditorieøving 8

Uke 11

Oppgave 1 Sett opp trippelintegralet av $f(x, y, z)$ over området T som et iterert integral med integrasjonsrekkefølge $dz\,dx\,dy$ når

a) T ligger under flaten $z = 4 - y^2$ og over rektanglet $[-3, -1] \times [0, 2]$ i xy–planet.

b) T er området mellom flatene $z = y^2$ og $z = 8 - y^2$ for $0 \leq x \leq 5$.

c) T er begrenset av flatene $z = y$, $y = x^2$, $y = 4$ og $z = 0$.

Oppgave 2 Finn massen til det romlige legemet med massetetthet y, begrenset av flatene $y = x^2 + z^2$ og $y = 4$.

Oppgave 3 Sett opp trippelintegralet av $f(x, y, z)$ over området mellom flatene $z = 2 - x^2$ og $z = x^2$ for $-1 \leq y \leq 1$ som et iterert integral på tre ulike måter, idet den innerste integrasjonen skjer med hensyn på henholdsvis x, y og z.

Oppgave 4 La T være en plate som ligger i xy–planet og dekker området R. La $\delta(x, y)$ være massetettheten til T (masse / arealenhet) slik at massen til T er $m = \iint_R \delta(x, y)\,dA$. Tyngdepunktet $(\overline{x}, \overline{y})$ til T og treghetsmomentet I til T med hensyn på en akse L er gitt ved

$$\overline{x} = \frac{1}{m} \iint_R x\,\delta\,dA, \quad \overline{y} = \frac{1}{m} \iint_R y\,\delta\,dA, \quad I = \iint_R d^2\,\delta\,dA$$

der d er avstanden til aksen L. Regn ut massen m, og sett opp itererte integral for $\overline{x}$, $\overline{y}$ og I når R er området innenfor kurven $r = 1 + 2\cos\theta$ men utenfor kurven $r = 2$, $\delta(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ og L er z–aksen.