SIF5005 Matematikk 2, våren 2003

Auditorieøving 9

Uke 12

Oppgave 1 Kjeglen $\varphi = \pi/3$ deler kulen $\rho \leq a$ i to deler. Finn volumet av hver av delene.

Oppgave 2 Finn tyngdepunktet (sentroiden) til halvsirkelskiven D gitt ved $x^2 + y^2 \leq 1$, $y \geq 0$. Bruk Pappus' første teorem til å finne volumet av rotasjonslegemet du får når D roteres om linjen $y = -3$.

Oppgave 3 La $a > 0$ være valgt slik at kurven $y = x^2$ for $-a \leq x \leq a$ har lengde 2. Bruk Pappus' andre teorem til å finne arealet av rotasjonsflaten du får når denne kurven roteres om aksen $x = -2$.

Oppgave 4 Bruk Pappus' første teorem til å finne tyngdepunktet til kvartsirkelskiven av $x^2 + y^2 \leq a^2$ i første kvadrant.

Oppgave 5 Skift til kulekoordinater og beregn integralet

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2)\, dz\, dy\, dx.$$

Oppgave 6 Finn arealet av

a) den delen av planet $2x + 3y + z = 6$ som ligger innefor sylinderen $x^2 + y^2 = 9$.

b) den delen av paraboloideflaten $z = x^2 + y^2$ som ligger mellom planene $z = 1$ og $z = 4$.

c) den delen av flaten $z = xy$ som ligger innenfor sylinderen $x^2 + y^2 = a^2$.

d) den delen av sylinderen $x^2 + y^2 = 1$ som ligger mellom flatene $z = xy$ og $z = 2 + x$.