SIF5005 Matematikk 2, våren 2003

Auditorieøving 12

Uke 15

Oppgave 1 La $\mathbf{F}(x,y,z) = yz^2\,\mathbf{i} + yx^2\,\mathbf{j} + (2yz + x - y)\mathbf{k}$. Finn div $\mathbf{F}(0,1,-2)$ og curl $\mathbf{F}(0,1,-2)$.

Oppgave 2 La kurven C være randen til flaten S.

a) S er flaten $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$. Finn retningen til enhetsnormalen $\mathbf{n}$ til S (retningen til S) som er positiv i forhold til C når C er orientert mot klokken sett ovenfra.

b) S er flaten $x^2 + y^2 = 1$ for $0 \le z \le 4$, med utadrettet enhetsnormal $\mathbf{n}$. Orienter C slik at retningen blir positiv i forhold til $\mathbf{n}$.

Oppgave 3 Finn alle potensialfunksjoner til vektorfeltet $\mathbf{F}(x,y,z) = y\cos(xy)\mathbf{i} + (x\cos(xy) + z^2)\mathbf{j} + 2yz\,\mathbf{k}$.

Oppgave 4 Bruk Stokes' teorem til å beregne $\int_C \mathbf{F}\cdot\mathbf{T}\,ds$ når C er skjæringskurven mellom planet $z = x$ og sylinderen $x^2+y^2 = 4$ orientert mot klokken sett ovenfra og $\mathbf{F}(x,y,z) = 2z\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} + 3y\,\mathbf{k}$.

Oppgave 5 Bruk divergensteoremet til å beregne $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ der S er overflaten til legemet avgrenset av de tre koordinatplanene og planet $x + y + z = 1$ med utadrettet enhetsnormal $\mathbf{n}$ og $\mathbf{F}(x,y,z) = (x^2 + e^{-yz})\mathbf{i} + (y + \sin xz)\mathbf{j} + (\cos xy)\mathbf{k}$.

Oppgave 6 La $\mathbf{F}(x,y,z)$ være vektorfeltet gitt ved $\mathbf{F}(x,y,z) = y\,\mathbf{i} + z\,\mathbf{j} + (2y + x)\mathbf{k}$. La videre S_1 være flaten $z = 4x^2 + 9y^2$ og S_2 være planet $8x - 6y - z + 4 = 0$.

a) Finn $\oint_C \mathbf{F}\cdot\mathbf{T}\,ds$ der C er skjæringskurven mellom S_1 og S_2 i retning mot klokken sett ovenfra.

b) Finn $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ der S er overflaten til legemet T avgrenset av S_1 og S_2 og $\mathbf{n}$ er enhetsnormalen til S som peker ut av T.