SIF5005 Matematikk 2, våren 2003

Hjemmeøving 1

Veiledning og innlevering: uke 4.

Oppgave 1 Finn sentrum og radius for kuleflaten

$$4x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4x - 8y + 8z$$

Oppgave 2 Finn posisjonen ved tidspunkt $t = 10$ til partikkelen med akselerasjonsvektor

$$\mathbf{a}(t) = 2\mathbf{j} - 6t\mathbf{k}$$

når partikkelen hadde posisjon $(2, 0, 0)$ og hastighetsvektor $5\mathbf{k}$ ved tidspunkt $t = 0$.

Oppgave 3 To partikler starter ved tidspunkt $t = 0$ på hver sin bevegelse gitt ved henholdsvis

$$x = t, \quad y = 2t^2 \qquad \text{og} \qquad x = \sqrt{\frac{3}{2}}\cos t, \quad y = \sqrt{\frac{3}{2}}\sin t$$

for $t \geq 0$. Avgjør om banene krysser hverandre. Kolliderer partiklene?

Oppgave 4. Undersøk om de to linjene L_1 og L_2 er parallelle når

$$\begin{aligned} L_1: \quad & x = 7 - 6t, \quad y = 3 + 4t, \quad z = 10 + 2t \quad \text{for} \quad -\infty < t < \infty \\ L_2: \quad & x = 7 + 3t, \quad y = 3 - 2t, \quad z = 5 - t \quad \text{for} \quad -\infty < t < \infty \end{aligned}$$

Oppgave 5. Forklar hvorfor vektoren $\mathbf{r}'(t_0)$ en entangentvektor til kurven $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ i punktet $\mathbf{r}(t_0)$.

Oppgave 6. La $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$ være to vektorer $\neq \mathbf{0}$ i rommet, og la $a = |\mathbf{a}|$ og $b = |\mathbf{b}|$. Vis at vektoren

$$\mathbf{c} = \frac{b\mathbf{a} + a\mathbf{b}}{a + b}$$

halverer vinkelen mellom $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$.

Oppgave 7. En golfball slås ut fra origo ved tidspunkt $t = 0$ og lander etter 4 sekunder i punktet (200, 200, 0). Vi ser bort fra luftmotstanden, og regner at utgangshastigheten $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$, tyngdekraften (med $g = 9.8$ m/s^2) og eventuell spinn er de eneste faktorene som bestemmer ballens bane.

a) Finn $\mathbf{v}_0$ dersom ballen ble slått uten spinn.

b Finn $\mathbf{v}_0$ dersom ballen ble gitt en spinn som ga akselerasjonsvektoren en ekstra komponent $2\mathbf{i}$.

c) Bestem ballens bane $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ i de to tilfellene.

Oppgave 8. Et 40 cm langt stag forbinder et stempel med et roterende hjul. Hjulet har radius 20 cm, og vi legger xy–planet i hjulets plan, slik at hjulets sentrum ligger i origo. Staget forbinder et punkt P på randen av hjulet med et punkt Q på stemplet, og Q glir på den positive x–aksen. Vi lar hjulet rotere med konstant vinkelhastighet $\omega = 10\pi$ radianer per sekund i retning mot klokken. Ved tidspunkt $t = 0$ ligger også punktet P på den positive x–aksen.

a) Finn koordinatene til P og Q som funksjon av tiden t.

b) Finn hastigheten til Q ved tidspunkt t.