SIF5005 Matematikk 2, våren 2003

Hjemmeøving 2

Veiledning og innlevering: uke 6.

Oppgave 1 I hvilket punkt er krumningen til kurven $y = \ln x$ størst?

Oppgave 2 Eulers spiral kan beskrives på parameterform ved

$$\mathbf{r} = \int_0^t \left(\frac{\sin\tau}{\sqrt{\tau}}\,\mathbf{i} + \frac{\cos\tau}{\sqrt{\tau}}\,\mathbf{j} \right) d\tau, \qquad t \geq 0.$$

Bestem spiralens enhetstangentvektor, hovednormal og krumning i hvert punkt langs kurven.

Oppgave 3 Bestem krumningen til kurven $\mathbf{r}(t) = (3t - t^3)\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j} + (3t + t^3)\mathbf{k}$ for hvert punkt på kurven.

Oppgave 4 Vis at de to flatene $S_1\colon x = y^2 + z^2$ og $S_2\colon y = x^2 + z^2$ skjærer hverandre i en plan kurve. Beskriv de to flatene og skjæringskurven, og finn en parameterframstilling for skjæringskurven.

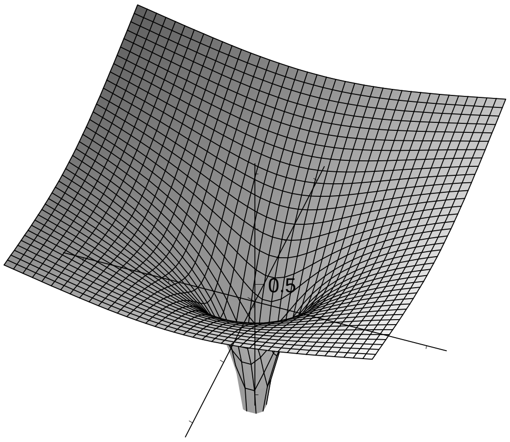
Oppgave 5 En flate er gitt i sylinderkoordinater ved ligningen $r = 2z\cos\theta$. Hva er flatens ligning i rektangulære koordinater? Skissér flaten.

Oppgave 6 Skissér flaten gitt i kulekoordinater ved $\rho = 1 - \cos\varphi$.

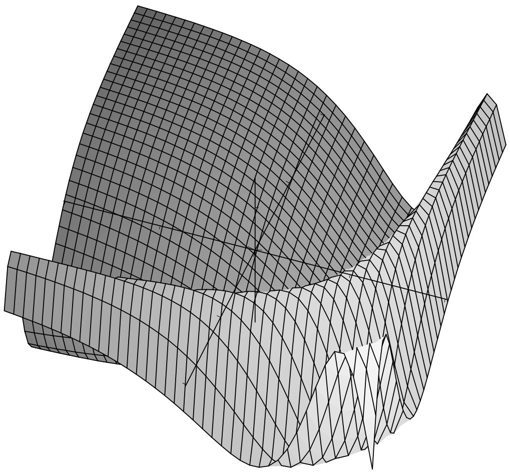
Sammenlign med formelen $r = 1 - \cos\theta$ for kardioiden i polarkoordinater.

Oppgave 7 Figurene viser grafen til funksjonene $f_1(x,y) = \cos(x^2+y^2)$, $f_2(x,y) = \cos(e^x + e^y)$, $f_3(x,y) = \ln(x^2+y^2)$ og $f_4(x,y) = e^{-xy}$ i en eller annen rekkefølge.

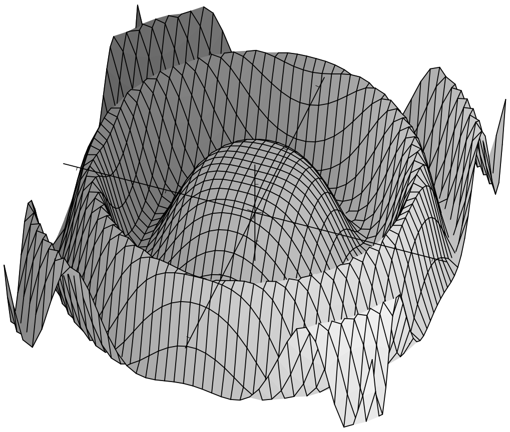
Hvilken figur viser hvilken grafen til funksjon? Forklar hvorfor figuren viser et riktig bilde av den tilhørende funksjonen.



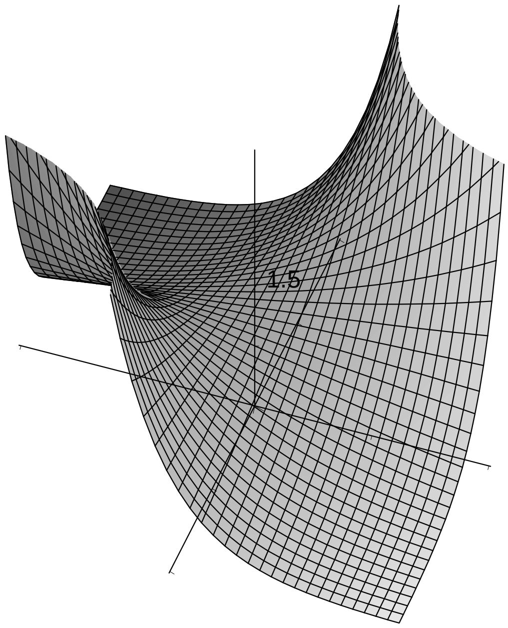
Figur a



Figur b



Figur c



Figur d

Oppgave 8 Skissér grafen til funksjonen $f(x, y) = e^{-x^2}(y^2 + 1)$.

Oppgave 9 Funksjonen f er definert ved at $f(x, y, z)$ er løsningen w av

$$we^w = x^2 + y^2 + \tfrac{1}{4}z^2, \qquad w \geq 0.$$

Beskriv nivåflatene til f.

Oppgave 10 Hvor er funksjonen $f(x, y) = x \ln(x^2 + y^2)$ kontinuerlig? Lar det seg gjøre å utvide f til en kontinuerlig funksjon i hele planet? Besvar de samme spørsmålene for

$$g(x, y) = \frac{x \ln(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$