SIF5005 – Matematikk 2 – 2003

Mapleøving 1

Det er mer stoff her enn dere kan forventes å komme gjennom på et par timer. Prøv å bruke litt tid på hver oppgave, og ta én av dem lengre og dypere. Prøv det gjerne ut på andre eksempler som interesserer deg.

1 Repetisjon

Oppgave 1. Hva gjør disse funksjonene? `sum`, `limit`, `int`, `Sum`, `Limit`, `Int`, `value`.

Hva er forskjellen på et *uttrykk* og en *funksjon* i Maple? Å anvende en funksjon på noen argumenter svarer til å bruke `subs` på det tilsvarende uttrykket. Forklar. Hva gjør `unapply`? Hva er forskjellen på `D` og `diff`?

Oppgave 2. Gitt funksjonen $f(x) = e^x \sin(x^2)$. Plott funksjonene

$$f(x), \qquad g(x) = f'(x) \quad \text{og} \quad h(x) = \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$$

i samme plott. Prøv gjerne det samme med noen andre funksjoner.

Hint: «Kommandoen» `plot` er egentlig en *funksjon*, ikke en egentlig *kommando*. Den returnerer et uttrykk som representerer et plott. Den grafiske frontenden til Maple gjenkjenner dette uttrykket som noe som skal tegnes og ikke skrives ut. Sammenlign resultatet av `plot(sin(x),x=0..Pi);` med `lprint(plot(sin(x),x=0..Pi));`. Funksjonen `plots[display]` brukes til å slå sammen flere plot i ett. Du kan også bruke `plot` til å tegne tre funskjonsgrafer i samme plott, men da har du ikke individuell kontroll over fargen på hver graf, for eksempel.

Du vil oppdage at f, g og h har verdier av så forskjellig størrelsesorden at du ikke får noe meningsfylt bilde av alle i samme graf uten å multiplisere noen av dem med passende konstanter. Eksperimentér til du er fornøyd.

Oppgave 3. (*Kreyszig Oppgave 1.9.4 s. 58 – «nøtta» på forrige Matematikk 3-øving.*)

Gitt differensialligningen $(x^2 - 2x)y' = 2(x-1)y$ med initialbetingelse $y(x_0) = y_0$. Løs ligningen ved hjelp av `dsolve`, og plott et retningsfelt med `DEtools[DEplot]`. For hvilke initialbetingelser har ligningen (a) ingen løsning, (b) nøyaktig én løsning eller (c) uendelig mange løsninger?

2 Vektorer

Oppgave 4. Gitt vektorene $\mathbf{a} = \langle 2, 5, 8\rangle$, $\mathbf{b} = \langle 3, 4, -2\rangle$ og $\mathbf{c} = \langle 1, -2, 1\rangle$. Regn ut prikk- og kryssproduktene

$$\begin{array}{lll} \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}, & \mathbf{a}\cdot\mathbf{c}, & \mathbf{b}\cdot\mathbf{c} \\ \mathbf{a}\times\mathbf{b}, & \mathbf{a}\times\mathbf{c}, & \mathbf{b}\times\mathbf{c} \end{array}$$

Er noen av vektorene parallelle med hverandre? Er noen av vektorene normale på hverandre? Tegn vektorene i rommet.

Hint: Det er to Maplepakker for lineæralgebra: `linalg` og `LinearAlgebra`. Den sistnevnte er mye nyere og anbefales.[1] Du kan bruke notasjonen `<2,5,8>` for en vektor slik `LinearAlgebra` vil ha dem. Du kan til og med bruke notasjonen `a.b` for prikkprodukt, men kryssproduktet finnes det ingen kort notasjon for. Men du kan lage ditt eget kortere navn enn `LinearAlgebra[CrossProduct]` ved å tilordne dette til et navn du velger selv. Det finnes to funksjoner som tegner piler: `plots[arrow]` og `plottools[arrow]`.

3 Romlige flater

Oppgave 5. Tenk deg at du ikke har gjort hjemmeøving 2, og se hva du kan finne ut om flaten med ligning $x^2 + y^2 = 2xz$.

Hint: Bruk `implicitplot3d`. Bildet du får vil ha store mangler. Prøv deg frem med parameteren `grid`, men pass på: Om du spesifiserer et alt for fint grid, blir Maple knapt ferdig. Om du har tid, kan du eksperimentere med et parametrisk plott, men det krever selvsagt at du vet nok om flaten til å parametrisere den. Funksjonen `plot3d` kan også lage parametriske plott.

Tegn grafen til funksjonen $f(x, y) = x^2 + y^2 + cxy$ for noen forskjellige verdier av c. For eksempel $c = 0$, $c = 1$, $c = 2$, $c = 4$. Lag en animasjon av grafen som viser hvordan den endrer form når c varierer fra -4 til 4.

Hint: Se på `animate3d`. Eksperimenter litt med `style`-parameteren, se også hjelpesiden `?plot3d,option`.

[1] `linalg` er der nok bare av hensyn til gamle maple-regneark som bruker den pakken.