75032 Matrisemetoder

Løsningsforslag til oppgaver gitt til mandag 26/9–94

Oppgave 2.1.7 side 70: (a) Nei, ikke lukket under sum: $(1,0,1,0,\ldots)+(0,1,0,1,\ldots) = (1,1,1,1,\ldots)$. (b) Ja. (c) Nei (ikke lukket under multiplikasjon med -1). (d) Ja. (e) Ja. (f) Nei, ikke lukket under sum: $(1,1,1,\ldots)+(1,2,4,\ldots)$ er ikke i delmengden.

Oppgave 2.1.8 side 70: Ligningssystemet som er oppgitt kan skrives som $x_1+x_2+x_3=0$ (som beskriver et plan gjennom origo), og $x_1+2x_3=0$ (som beskriver et annet plan gjennom origo). Løsningene av systemet vil være snittet av de to planene, altså en linje gjennom origo. De korrekte beskrivelsene fra listen er: linje, underrom, nullrommet til A.

Oppgave 2.1.9 side 70: Nullmatrisen er singulær, så de ikke singulære matrisene kan ikke danne et vektorrom fordi nullvektoren mangler. De singulære matrisene danner ikke et vektorrom fordi følgende sum av to singulære matriser ikke er singulær:

$$\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=I.$$

Oppgave 2.2.1 side 77: Vi finner disse 7 strukturene for 2×3 trappematriser:

$$\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0&0&*\\0&0&0\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0&*&\cdot\\0&0&0\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0&*&\cdot\\0&0&*\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}*&\cdot&\cdot\\0&0&0\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}*&\cdot&\cdot\\0&0&*\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}*&\cdot&\cdot\\0&*&\cdot\end{bmatrix}$$

Oppgave 2.2.7 side 78: Ligningssystemet kan beskrives ved den utvidete matrisen

$$\begin{bmatrix}1&0&b_1\\0&1&b_2\\2&3&b_3\end{bmatrix}$$

som ved et par rekkeoperasjoner blir overført på formen

$$\begin{bmatrix}1&0&b_1\\0&1&b_2\\0&0&b_3-2b_1-3b_2\end{bmatrix}.$$

Altså kan systemet løses hvis og bare hvis $b_3-2b_1-3b_2=0$. Løsningene av den ligningen er et plan gjennom origo. Det blir ingen fri variable i systemet, og entydig løsning (dersom høyresiden b er slik at det finnes løsninger).

Oppgave 2.2.10 side 78: (a) Det er to fri variable, x_2 og x_4. Den generelle løsningen kan uttrykkes ved de to: $x_3=-2x_4$ og $x_1=-2x_2-3x_3-4x_4=-2x_2+6x_4-4x_4=-2x_2+2x_4$.
(b) $x_3=b-2x_4$ og $x_1=a-2x_2-3x_3-4x_4=a-2x_2-3(b-2x_4)-4x_4=a-3b-2x_2+2x_4$.

Oppgave 2.2.11 side 79: At bare $x=0$ løser $Ax=0$ betyr at det ikke er noen fri variable for systemet når det er redusert til trappeform. Altså er rangen til A lik antall variabler, eller n.