

TMA4195 Matematisk modellering 2003

Øving 7

Veiledning: 2003-10-28

1: Vis at systemet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 2y - x(x^4 + y^4), \\ \dot{y} &= -2x + y - y(x^4 + y^4)\end{aligned}$$

har minst en periodisk løsning.

2: Oppgave 3.6 side 405 i Logan (i kompendiet).

3: (Eksamen desember 1994; litt modifisert.)

Følgende modell har blitt foreslått for populasjonen (P) av elg i Trøndelag:

$$\dot{P} = kP\left(1 - \frac{P}{M}\right)\left(\frac{P}{m} - 1\right), \quad 0 < m < M.$$

(a) Hvilke egenskaper prøver modellen å beskrive, og hvilke likevektspunkter har den? Demonstrér hvordan en kan benytte lineær stabilitetsanalyse til å analysere stabiliteten og lage en kvalitativ skisse over løsningene.

(b) En forenklet modell som også omfatter jegere har, etter skalering, formen

$$\begin{aligned}\dot{P} &= P(1 - P) - J, \\ \dot{J} &= -\frac{1}{2}J + JP.\end{aligned}$$

Hvilke (kvalitative) egenskaper har denne modellen?

(*Hint:* Systemet er uforandret under transformasjonen $P \leadsto 1 - P$, $t \leadsto -t$. Tenk over hva dette betyr for banene til systemet.)